

## 170 004 Numerische Methoden I Themenliste zur Prüfung

SS 2020

Themenkreis Nichtlineare Gleichungen (Folien 1.-3. Vorlesung)

- Definition der Problemstellung. Lösung, Nullstelle, mehrfacher Nullstelle, Fixpunkt.
- Standardverfahren (Intervallhalbierung, Sekantenmethode, Newton-Verfahren, graphische Lösung).
- Formulierung als Nullstellen- und als Fixpunkt-Problem. Fixpunkt-Iteration. Konvergenzaussagen.
- Lineare Konvergenz der Intervallhalbierung, quadratische Konvergenz des Newton-Verfahrens. Zusammenhang Fehler und Iterationsschritt. Zusammenhang Konvergenzordnung mit Ableitungen im Fixpunkt. Kontrahierende Abbildung.
- Nichtlineare Gleichungen in mehreren Unbekannten. Jacobi-Matrix, Newton-Verfahren (mit den Varianten: gedämpft, oder fixe Jacobi-Matrix)
- Mehrdimensionale Iteration. Schreibweise mit Vektoren und vektorwertigen Funktionen. Norm eines Vektors, einer Matrix.

Lineare Gleichungssysteme und Eigenwertaufgaben (Folien 4.,5., 7. und 12. Vorlesung)

- Matrixschreibweise. Zusammenhang Rang-Determinante-Inverse-Lösbarkeit. Konditionszahl und Fehlerempfindlichkeit.
- Unterscheidung direkte - iterative Verfahren. Standardverfahren in beiden Fällen.
- Überbestimmte Gleichungssysteme: Definition, Lösungsmöglichkeiten. Begriffe: Restvektor, Fehlernorm. Nichtlineare überbestimmte Systeme, Gauß-Newton-Verfahren.
- Rechenbefehl `\` in MATLAB: welches Resultat liefert er, je nach vorliegender Angabe.
- Eigenwertaufgaben: Definition, einfache iterative Verfahren (Vektoriteration)
- Matrixzerlegungen:  $LR$ - und  $QR$ -Zerlegung und deren Anwendung zum Lösen von Gleichungssystemen. Singular Value Decomposition.

Themenkreis Interpolation, Approximation (Folien 6. u. 7. Vorlesung)

- Definition der Aufgabenstellung: Was versteht man unter polynomialer Interpolation bzw. polynomialer Approximation. Welche Daten sind gegeben, was ist gesucht.
- Standardverfahren zur polynomialen Interpolation. Verschiedene Formen des Interpolationspolynoms (Lagrange, Newton).
- Nachteile von Interpolationspolynomem hohen Grades. Spline-Interpolation
- Standardverfahren zur polynomialen Approximation oder Regression. Problem der Ausreißer. Nachteile der Methode der kleinsten Quadrate und Alternativen dazu.
- Numerische Integration: Aufgabenstellung, Standardverfahren (Trapez-, Simpson-, zusammengesetzte Formeln)

Themenkreis Differentialgleichungen (Folien 8.-10. u. 12. Vorlesung)

- Definition der Aufgabenstellung „Anfangswertproblem für eine gewöhnliche Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung“: was ist gegeben, was ist gesucht.
- Umformulieren einer DG höherer Ordnung in ein System von DGen erster Ordnung
- Rechnerischer Ablauf eines Einschrittverfahrens. Eulersches Polygonzugverfahren und verbesserte Varianten.
- Begriff der Ordnung eines Einschrittverfahrens. Was bedeutet im MATLAB-Befehl ODE45 „ODE“, worauf bezieht sich „45“.
- Partielle Differentialgleichungen: Definition, typische Beispiele

Themenkreis Fourierreihen, diskrete Fouriertransformation, FFT (Folien 10. u. 11. Vorlesung)

- Aufgabenstellung. Reihen in Cosinus-Sinus-Form und in komplexer Schreibweise.
- Zusammenhang: Symmetrie der Funktion - welche Koeffizienten treten auf. Gibbs'sches Phänomen. Aliasing.
- FFT, Frequenzanalyse.